

MODELOVANIE A VÝPOČET OBJEMU NEPRAVIDELNÝCH TELIES - PRINCÍPY

MODELING AND CALCULATION OF THE IRREGULAR BODIES VOLUME - PRINCIPLES

Peter Blišťan¹

Abstrakt

Cieľom tohto príspevku je poukázať na špecifiká a použiteľnosť modelovacích metód používaných na modelovanie nepravidelných telies a výpočet ich objemu. Na prezentovanie možností a použiteľnosti metód výpočtu objemu bola zvolená skládka kameniva. Na telese boli testované 3 najčastejšie používané metódy výpočtu objemu - jedna klasická a dve počítačové. Závěry prezentované v príspevku potvrdzuje skutočnosť, že presnosť výpočtu je ovplyvnená tým, ako je tá, či oná modelovacia a výpočtová metóda schopná aproximovať nepravidelné teleso, samozrejme za predpokladu optimálneho vynaloženia síl a prostriedkov na dosiahnutie výsledku s požadovanou presnosťou. Práve s ohľadom na finančnú stránku, ktorá je v dnešnej dobe často rozhodujúcou, je dôležité dobre poznať charakteristiky a použiteľnosť jednotlivých modelovacích metód, ako aj ich požiadavky na kvalitu vstupných dát.

Abstract

The aim of this paper is to show the specific features and usability of modelling methods used for irregular solids modelling and calculation of their volume. For presenting possibilities and applicability of the volume calculating method was aggregates dump selected. There were three commonly used methods for volume calculation tested - one classical and two computers. The conclusions presented in this paper confirm that the calculation accuracy is influenced by the ability of the modelling and computational methods to approximate an irregular solid. With regard to financial aspects, which are nowadays often a decisive, well, it is important to know the characteristics and applicability of modelling methods and their quality requirements of input data.

Kľúčové slová

modelovanie, 3D-tělesá, objemová kalkulácia, CAD

Keywords

modelling, 3D bodies, volume calculate, CAD systems

1 Úvod

S modelovaním pravidielných alebo nepravidelných telies a určovaním ich objemov (kubatúr) sa stretávame takmer pri každej inžinierskej činnosti (klasický príklad je stavebníctvo alebo aj strojárstvo), ale často aj v oblasti geovedných disciplín napr. pri modelovaní

tvaru a objemu rôznych geologických štruktúr a telies (inžinierska geológia, geotechnika, geofyzika, ložisková geológia a iné). Objemy nepravidelných telies pre potreby geovedných disciplín určujeme ešte stále obyčajne klasickými metódami, pričom najvhodnejšiu metódu obyčajne vyberáme podľa druhu a rozmerov objektov a podľa geodetických podkladov, ktoré máme k dispozícii. Moderná počítačová doba však priniesla vysoko efektívne modelovacie nástroje a metódy výpočtu – a to 3D modelovanie a výpočet objemov telies pomocou počítača v prostredí CAD alebo GIS systémov.

2 Metódy výpočtu objemov nepravidelných telies

Metodický postup spracovania a hodnotenia údajov pri výpočte, ako aj spôsob delenia telesa na elementárne výpočtové bloky (rezy) a určenie ich základných parametrov sa označuje ako metóda výpočtu objemu telesa. Počas vývoja matematických metód využívaných v geodézii, ako aj vývojom geodetických prístrojov (univerzálne meračské stanice, 3D laserové skenery a pod.) sa počet metód postupne menil. Mnohé metódy sú založené na použití elementárnych matematických vzťahov, iné zase využívajú integrálny počet. Medzi klasické metódy výpočtu patrí výpočet objemov (Bitterer, 2003):

- *z profilov*
- *podľa výsledkov plošnej nivelácie*
- *z vrstevnicovej mapy*
- *rozdelením na geometrické telesá.*

Niektorí autori rozlišujú v podstate dve základné (univerzálne) metódy vhodné pre výpočet objemov akýchkoľvek nepravidelných telies (aplikovateľné hlavne v geovedných disciplínach). Tieto metódy sú (Kogan, 1971):

- *metóda blokov*
- *metóda rezov.*

2.1 Metódy výpočtu objemov založené na metóde blokov

Metódy blokov alebo aj metódy geometrických obrazcov sú používané na výpočet objemu plošne rozľahlých telies, zameraných v pravidelnej alebo nepravidelnej prieskumnej (dokumentačnej) sieti. Táto metóda sa v geodézii nazýva aj metóda plošnej nivelácie. Pri použití tejto metódy sa celé merané teleso rozdelí na geometrické obrazce – mikrobloky, vznikajúce najčastejšie prepojením jednotlivých bodov, ktorými je teleso zdokumentované. Podľa spôsobu rozčlenenia telesa na geometrické obrazce je možné rozlíšiť nasledujúce metódy:

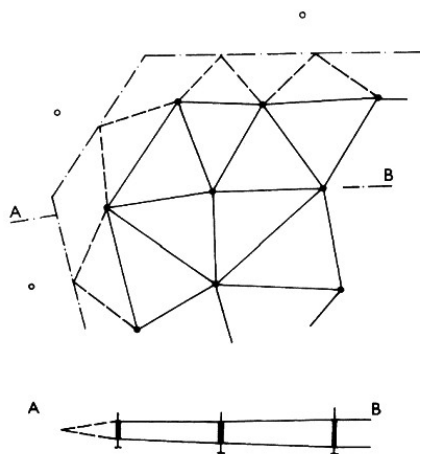
- *metódu trojuholníkov*
- *metódu štvoruholníkov*
- *metódu n-uholníkov.*

Metóda trojuholníkov

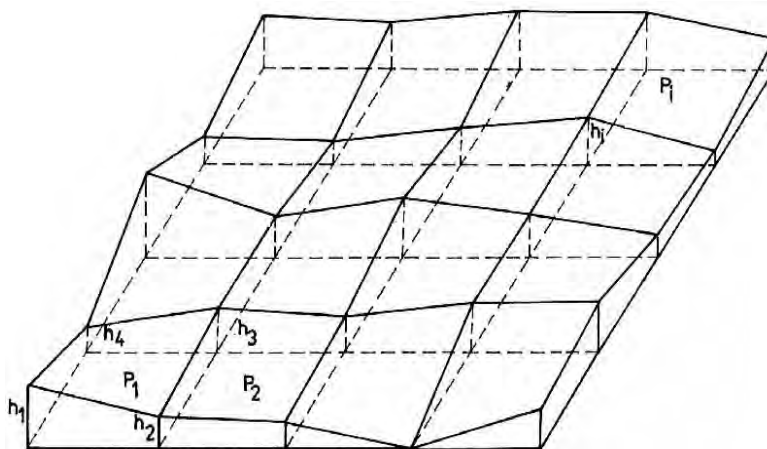
Je založená na rozdelení telesa na nepravidelné trojuholníky, ktoré vzniknú spojením dokumentačných bodov do nepravidelnej trojuholníkovej siete (obr. 1). Objem celého telesa sa potom určí ako súčet mikroblokov V_i . Objem mikrobloku sa počíta ako súčin jednoduchého aritmetického priemeru výšok h_i , h_{i+1} a h_{i+2} v 3 vrcholoch a elementárnej plochy P_i podľa nasledujúceho vzťahu (Blišťan a Kondela, 2001):

$$V_i = P_i \times \frac{\sum h_i}{3}. \quad (1)$$

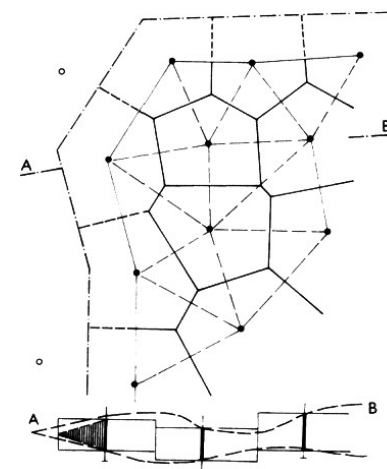
Pri výpočte je možné na tom istom telese vytvoriť pospájaním vždy iných bodov do trojuholníkovej siete iný variant a realizovať tak niekoľko rôznych variantných výpočtov, bez toho aby mohla byť preukázaná prednosť jedného oproti druhému.



Obr. 1 Metóda trojuholníkov
(Böhmer a Kužvart, 1993)



Obr. 2 Metóda štvoruholníkov (Bitterer, 2003)



Obr. 3 Metóda n-uholníkov (Böhmer a Kužvart, 1993)

Metóda štvoruholníkov

Metóda štvoruholníkov sa líši od predchádzajúcej iba tým, že bodové pole musí tvoriť pravidelnú štvorcovú alebo obdĺžnikovú sieť (obr. 2). Vo vrcholoch siete – dokumentačných bodoch sa vykoná meranie a celý ďalší výpočet je realizovaný ako pri metóde trojuholníkov podľa podobného vzťahu (Bitterer, 2003):

$$V_i = P_i \times \frac{\sum h_i}{4}. \quad (2)$$

Metóda štvoruholníkov je len zriedka používaná, preto že si vyžaduje vytvorenie pravidelnej siete dokumentačných bodov a to je v teréne obyčajne ťažko realizovateľné hlavne z dôvodov nepriaznivej konfigurácie terénu resp. neprístupnosti niektorých častí dokumentované územia (telesá).

Metóda n-uholníkov

Je založená na rozdelení telesá na nepravidelné mikrobloky – mnohoúhelníky, ktorým sa priradia hodnoty namerane v ich strede (ťažisku) (obr. 3). Výpočet čiastkového objemu je potom súčinom plochy mikrobloku a výšky nameranej v strede mikrobloku v zmysle vzťahu (Blišťan a Kondela, 2001):

$$V_i = P_i \times h_i. \quad (3)$$

Celkový objem telesá sa získa jednoduchým súčtom čiastkových objemov jednotlivých mikroblokov.

2.2 Metódy výpočtu objemov založené na metóde rezov

Používajú sa na výpočet objemu telies, ktorých veľkosť môže byť rôzna a tvar pravidelný ale aj nepravidelný. Ide predovšetkým o telesá, ktoré nie je možné aproximovať doskovitými telesami a teda nie je možné použiť na výpočet ich objemu niektorú z metód blokov. Telesá môžu mať relatívne pravidelný tvar (skládky, banské dielo), alebo majú nepravidelný a často veľmi premenlivý tvar (odkalisko, jaskynné priestory). Pri tejto metóde sú jednotlivé časti telesá prípadne celé teleso rozdelené systémom paralelných, kosých alebo kolmých rezov. Podľa toho ako získame rezy, resp. čo predstavujú vytvorené rezy delíme metódu rezov na nasledujúce najčastejšie využívané metódy:

- *metóda rovnobežných rezov*
- *metóda nerovnobežných rezov*
- *metóda izolínií (vrstevníc)*
- *metóda izohyps.*

Metóda rovnobežných rezov

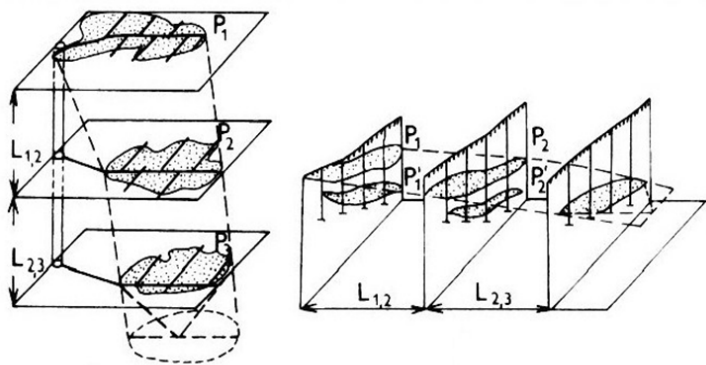
Pri tejto metóde sú jednotlivé časti telesá prípadne celé teleso rozdelené systémom horizontálnych alebo vertikálnych paralelných rezov vedených obyčajne v rovnakej vzdialenosti (obr. 4). V každej z týchto rezových rovín je vymedzený obrys telesá. Sústava rovín má byť zvolená tak, aby umožňovala čo najpresnejšie stanovenie veľkosti a tvaru telesá. Preto sa najčastejšie volí práve systém paralelných rezov. Rezmi sa teleso rozpadne na sústavu doskovitých segmentov a jeho celkový objem sa určí jednoduchou integráciou jednotlivých segmentov. Ak sú plochy priečných profilov približne rovnako veľké a os telesá je priamočiara, objem dielčieho telesá vypočítame podľa vzťahu:

$$V_{12} = L_{12} \times \frac{P_1 + P_2}{2}. \quad (4)$$

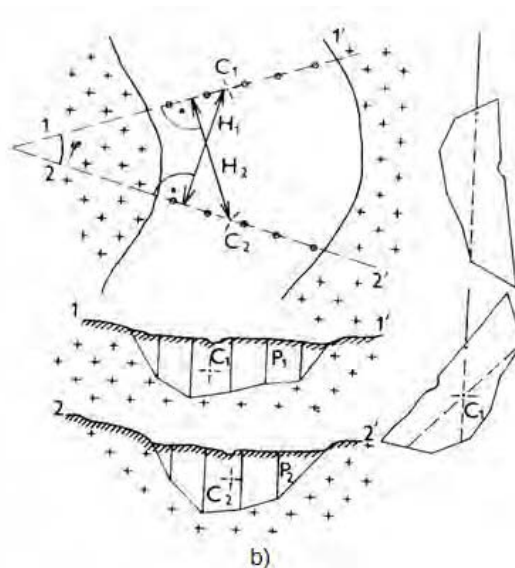
Z integrálneho počtu vychádza Simpsonov vzťah pre výpočet objemu telesá nepravidelného tvaru (www.1), kde rozdiely plôch v susedných rezoch sú väčšie ako 40% (Blišťan a Kondela, 2001; Peele, 1945):

$$V = \frac{L}{3} \times [(P_0 + P_n) + 4(P_1 + P_3 + \dots + P_{2i+1}) + 2(P_2 + P_4 + \dots + P_{2i})] \pm \frac{1}{3} \sum P_x L_x \quad (5)$$

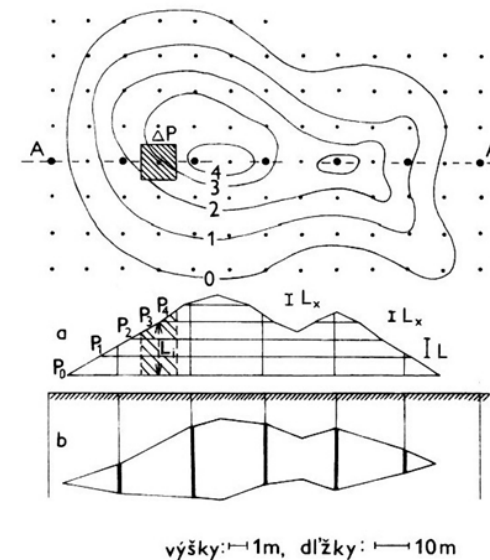
kde: V je objem telesa, P_0, P_n je plocha okrajových rezov, P_i je plocha i -teho rezu, L je výška segmentu (vzdialenosť medzi rezmi), P_x je plocha rezu zvyškového segmentu, L_x je 1/2 výšky zvyškového segmentu, + výčnelok, – depresia.



Obr. 4 Metóda rovnobežných rezov (Böhmer a Kužvart, 1993)



Obr. 5 Metóda nerovnoběžných rezov (Böhmer a Kužvart, 1993)



Obr. 6 Metóda izolínií (Böhmer a Kužvart, 1993)

Metóda nerovnoběžných rezov

Často sa stáva, že teleso nemá „ideálny“ tvar (napr. bochník, šošovka a iné), ale je rôzne ohnuté – má zložitejší geometrický tvar. V takom prípade sa rezy orientujú čo najkolmejšie na hranice telesa (obr. 5), resp. na jeho os. V prípade, že takto vytvorené rezy zvierajú uhol väčší ako 10° je na výpočet objemu vhodné použiť nasledujúci vzťah (Blišťan a Kondela, 2001):

$$V_{12} = \frac{\varphi}{\sin \varphi} \times \frac{P_1 + P_2}{2} \times \frac{H_1 + H_2}{2} \quad (6)$$

kde: V_{12} je objem časti telesa medzi rezmi 1 a 2, φ je uhol dvoch rezov, P_1 a P_2 je plocha rezov 1 a 2, H_1 a H_2 je dĺžka kolmice spustenej k ťažiskám protíľahlých rezov.

Metóda izolínií

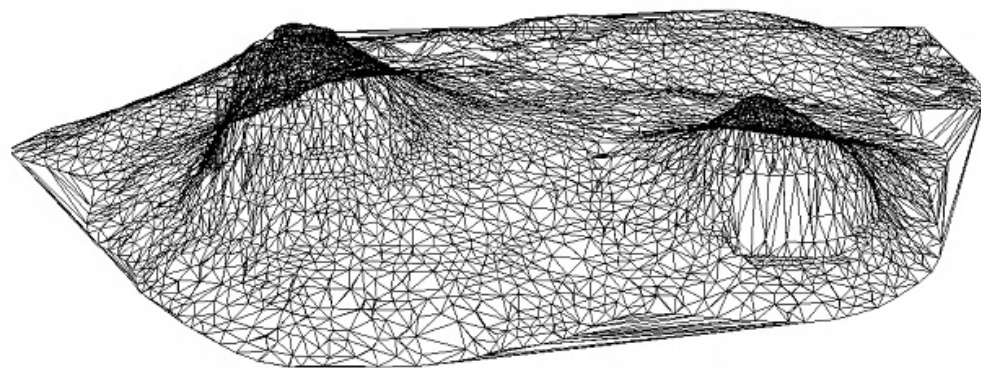
Metóda je v podstate modifikáciou metódy rovnobežných rezov. Používa sa na výpočet objemu telies značne nepravidelného tvaru (objem vodnej nádrže, objem údolia, halda, skládka a pod.). Takéto telesá si predstavujeme akoby rozrezané jednotlivými vrstevnicovými plochami na tenké segmenty (obr. 6). Pri výpočte objemu sa postupuje podľa známeho vzťahu:

$$V_{12} = L_{12} \times \frac{P_1 + P_2}{2}. \quad (7)$$

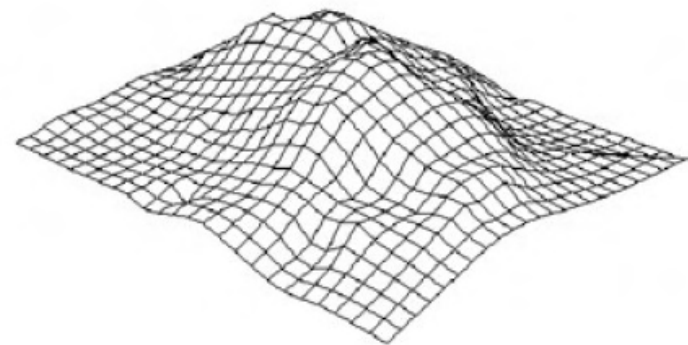
Pre presnejší výpočet objemu sa používa Simpsonov vzťah.

2.3 Metódy výpočtu objemov v prostredí PC (CAD a GIS)

Na modelovanie nepravidelných telies v počítačovom prostredí sa najčastejšie využíva reprezentácia povrchu telesa pomocou TIN alebo GRID siete (obr. 7), ktorá je preložená cez body reprezentujúce teleso (merané body). Najjednoduchším prípadom modelovania v počítačovom prostredí je práve TIN model, ktorý predstavuje sieť nepravidelných trojuholníkov vygenerovaných z meraných bodov. Pre efektívnejšiu prácu s 3D dátami a aj s cieľom potlačiť niektoré nedostatky TIN modelu sa často využíva reprezentácia povrchu telesa pravidelnou sieťou buniek - GRID modelom.



TIN model



GRID model

Obr. 7 3D modely povrchu telies v podobe TIN a GRID

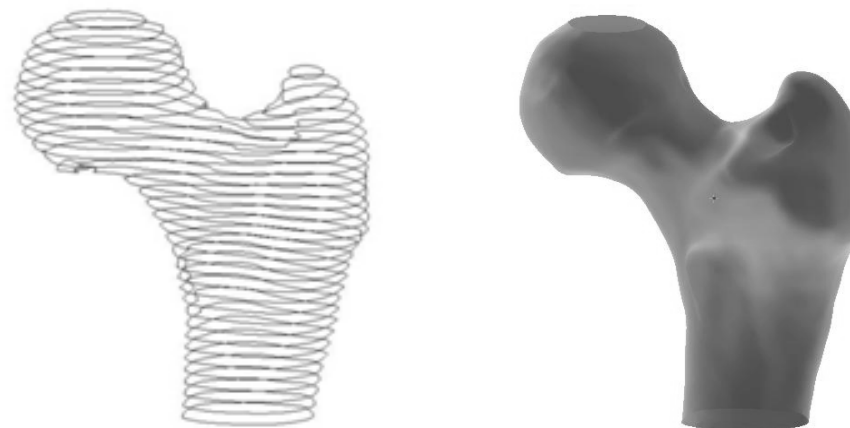
Pri počítačovom modelovaní priestorových telies a výpočte ich objemu sa v podstate uplatňujú tiež dve základné metódy :

- *metóda rezov*
- *metóda blokov.*

Ich využitie závisí od tvaru modelovaného telesa a v neposlednom rade aj od typu vstupných dát (bodové alebo líniové dáta), ich množstva a priestorovej distribúcie.

Metóda rezov

Metóda rezov vychádza z princípu metódy rovnobežných rezov, kde sa najskôr vymodeluje plocha (napr. ako TIN), ktorá reprezentuje tvar telesa a ňou sa následne vedú rezové línie. Z nich sa následne určia objemy segmentov medzi rezmi a ich integráciou objem celého telesa. Opačným prípadom je modelovanie telesa z rezov, získaných napr. snímkovaním profilov banského diela (fotoprofilovanie) alebo počítačovou tomografiou (obr. 8). Model telesa sa potom vytvorí pomocou nástrojov CAD určených na spájanie rezov do telesa. Táto metóda je matematicky a programovo náročná a používa sa skôr v drahších softvéroch na modelovanie nepravidelných telies – napríklad modelovanie ľudského tela (www.2), modelovanie ložísk uhl'ovodíkov zo seizmických rezov a pod..



Obr. 8 Princíp metódy rezov na príklade modelu časti ľudského tela (www.2)

Metóda blokov

Metóda blokov sa obyčajne používa, podobne ako jej analógový ekvivalent, na výpočet objemu plošne rozsiahlych telies s malou hrúbkou. Táto metóda sa však pri počítačovom modelovaní často využíva aj na výpočet nepravidelných telies, ktoré vieme ohraničiť minimálne dvomi prípadne viacerými plochami tvoriacimi jedno teleso. Pre modelovanie a výpočet sa používa niekoľko postupov (metód):

- *Jednoduché modelovanie telesa metódou Voronoi-ových obrazcov (obr. 9). V podstate sa jedná o počítačovú verziu metódy n-uholníkov.*
- *Vymodelovanie telesa použitím Delaunay-ovej triangulácie (obr. 10), výsledkom ktorej je TIN model a následný výpočet objemu metódou trojuholníkov.*
- *Vymodelovanie telesa použitím niektorej z interpolačných metód, následné rozdelenie na pravidelnú štvorcovú sieť – GRID a výpočet objemu metódou štvoruholníkov (obr. 11).*

Voronoi-ove obrazce

Veľmi jednoduchá a rýchla modelovacia metóda, ktorá ale nedáva spojitý povrch telesa (obr. 9). Výsledný objem je súčtom elementárnych objemov ako pri metóde n-uholníkov.

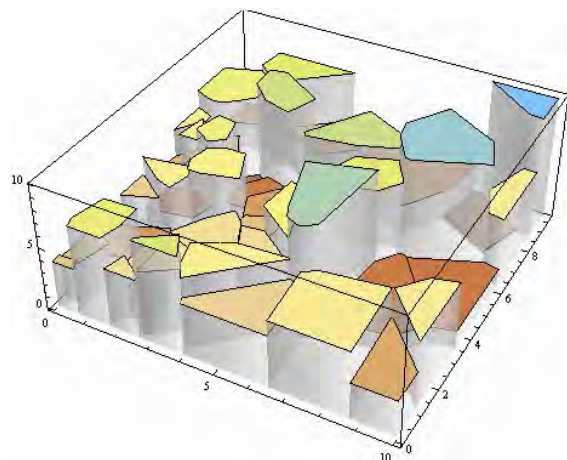
Delaunay-ova triangulácia

Jednoduchá metóda, ktorou vymodelujeme spojitý povrch telesa použitím Delaunay-ovej triangulácie. Výsledkom je povrch ohraničený zhora a zdola TIN plochami (obr. 10), ktoré v priestore vytvárajú trojuholníkové segmenty. Výpočet objemu sa vykoná metódou trojuholníkov pre každý segment zvlášť a následnou integráciou segmentov sa určí celkový objem telesa.

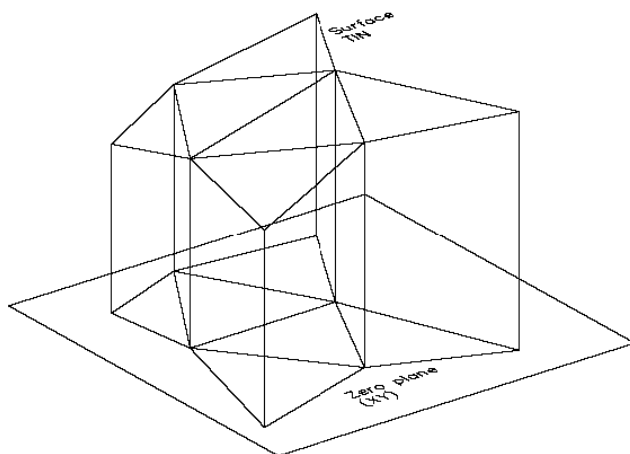
GRID model

Relatívne náročná metóda, preto že na modelovanie povrchu telesa môžeme použiť okrem klasickej triangulácie aj niektorú zo sofistikovaných modelovacích metód (Schejbal 1983; Sinclair & Garston, 2006):

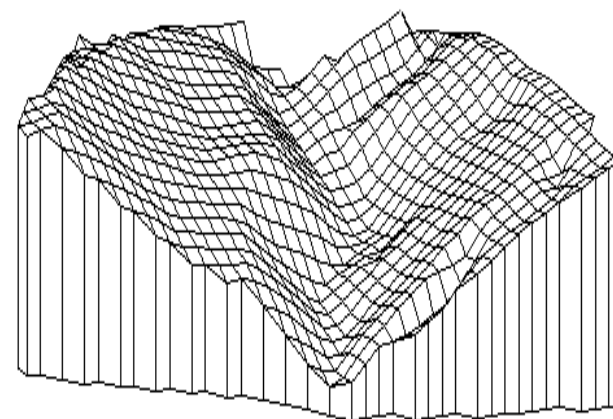
- *IDW*
- *Splyne*
- *Trend*
- *Kriging*.



Obr. 9 Voronoi-ove obrazce (www.3)



Obr. 10 Delaunay-ova triangulácia (www.4)



Obr. 11 GRID model

Pomocou týchto špeciálnych modelovacích metód vieme lepšie modelovať povrch telesa a zohľadniť aj špecifiká priestorovej distribúcie modelovaného javu. Vymodelovaná plocha sa následne rozdelí (rasterizuje) na pravidelnú štvorcovú sieť – GRID (obr. 11) a výpočet objemu sa vykoná metódou štvoruholníkov.

3 Aplikácia modelovacích a výpočtových metód v praxi

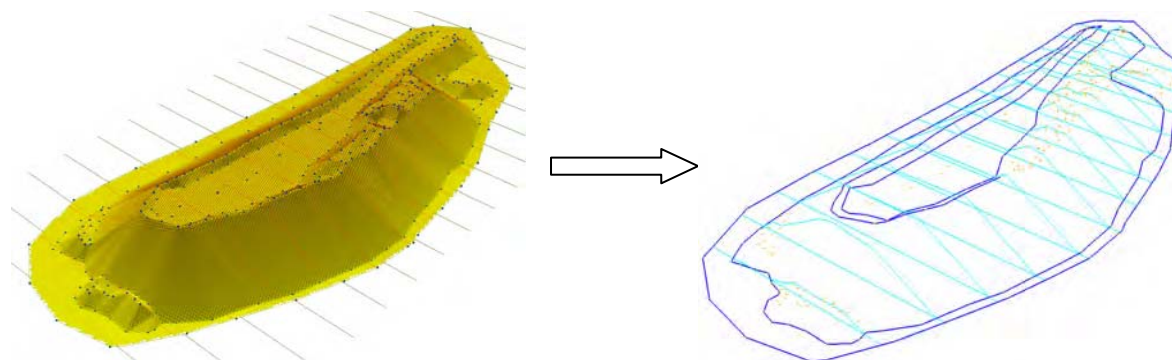
Modelovanie priestorových objektov resp. výpočet ich objemu je v praxi často vykonávané tak, aby celý proces bol čo najrýchlejší (najlacnejší) a na kvalitu výsledkov sa obyčajne nedáva patričný dôraz. Je to aj preto, že samotný proces tvorby 3D modelu a určenie jeho tvarových vlastností (objem, plocha a pod.) nie je obyčajne cieľ geologickej úlohy ale len prostriedok k jej vyriešeniu. Napríklad výsledkom výpočtu zásob je kvalita napr. v percentách a množstvo zásob v tonách, ale aby sme určili ich množstvo je potrebné určiť v prvom rade ich objem. Takže aj na tomto príklade si môžeme uvedomiť, že vytvorenie 3D modelu ložiska ako podkladu pre výpočet jeho objemu, je len prostriedok ako určiť množstvo zásob a ich kvalitu.

V ďalších častiach tohto článku sa budem snažiť demonštrovať použiteľnosť jednotlivých modelovacích metód používaných na modelovanie nepravidelných telies a výpočet ich objemu. Ako klasický príklad priestorového telesa a výpočtu jeho objemu bola zvolená skládka drveného kameniva. Na telese boli otestované 3 metódy výpočtu objemu – jedna klasická a dve počítačové. Práve počítačové modelovanie je v súčasnosti stále častejšie používaný spôsob výpočtu objemu. Počítačové modelovanie je veľmi efektívny spôsob modelovania a výpočtu objemu pravidelných ale aj nepravidelných telies a to aj preto, že je rýchle a ponúka efektívne grafické výstupy. Pri počítačovom modelovaní však treba brať do úvahy skutočnosť, že počítač je pre nás čierna skrinka, ktorá prijme namerané dáta a vypustí nejaký model. To či je tento výsledok správny alebo nie je obvyčajne ťažké skontrolovať, lebo na overenie správnosti by sme museli urobiť v inom programe z tých istých dát znova model a následne porovnať ich rozdiely. Samozrejme v ideálnom prípade sa tieto výsledky nesmú líšiť, ale v reálnom živote tomu tak nie je. V prípade že tomu tak nie je, vzniká problém, ktorý je ťažké jednoznačne vyriešiť. Ak predpokladáme, že sme neurobili chybu pri vstupe dát a použili rovnakú modelovaniu procedúru, tak môže byť problém v samotnom softvéri a v jeho modelovacích nástrojoch. Toto by sa však nemalo stať.

Cieľom tohto príspevku je vymodelovanie telesa skládky z identických vstupných dát pomocou dvoch rôznych modelovacích softvérov – AutoCAD a MicroStation, následný výpočet objemu a porovnanie výsledkov s klasickým výpočtom objemu.

3.1 Klasický výpočet

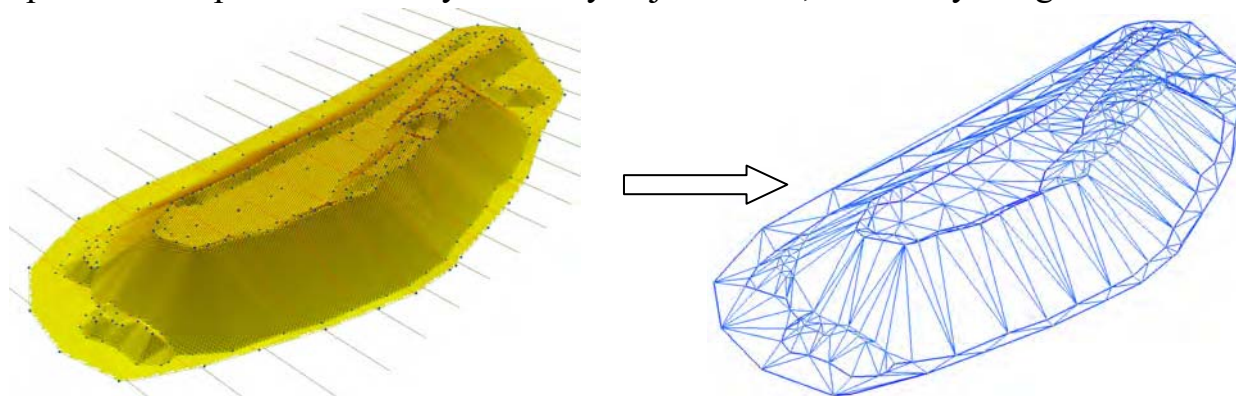
Modelovanie povrchu telesa pre potrebu výpočtu objemu sa najčastejšie vykonáva z geodeticky zameraných dát, ktoré charakterizujú jeho tvar a ako interpolačná (modelovacia) metóda je obvyčajne využívaná triangulačná metóda. Takto vznikne spojitý (alebo aj nespojitý) povrch, ktorý reprezentuje idealizovaný tvar telesa. Na samotný výpočet objemu telesa sa bežne používa metóda rovnobežných rezov. V našom prípade bola vzhľadom na tvar telesa zvolená práve metóda rovnobežných vertikálnych rezov (obr. 12), ale rovnako použiteľná je aj metóda vrstevníc. Rezy telesom boli orientované v smere kolmo na najdlhší rozmer telesa. Spolu bolo zostavených 14 rezov, v nich boli určene plochy a z nich následne podľa Simpsonovho vzťahu vypočítaný objem telesa – $29\,355\text{ m}^3$.



Obr. 12 Výpočet objemu telesa skládky metódou vertikálnych rezov

3.2 Počítačový výpočet použitím metódy blokov na podklade TIN siete

Druhý výpočet bol realizovaný v prostredí CAD systému AutoCAD. Zo vstupných dát bol v prostredí AutoCAD vygenerovaný použitím Delaunay-ovej triangulácie TIN model skládky (obr. 13), ktorý predstavuje jej povrch. Rovnako bola vygenerovaná aj zrovnávací rovina, ktorá predstavuje úroveň terénu pod skládkou. Z týchto dvoch rovín, ktoré sa pretínajú a ohraničujú tak teleso skládky, bol v prostredí AutoCAD následne vypočítaný jej objem. AutoCAD využíva na výpočet objemu telesa metódou blokov založenú na trojuholníkovej sieti (www.4). Takže celé teleso skládky bolo rozložené na trojuholníkové mikrobloky – „prizmy“, ohraničené zdola zrovnávacou rovinou a zhora povrchovou plochou skládky. Celkový objem telesa, vzniknutý integráciou mikroblokov je $29\,395\text{ m}^3$.



Obr. 13 Výpočet objemu telesa skládky použitím metódy blokov a TIN siete

3.3 Počítačový výpočet použitím metódy blokov na podklade GRID siete

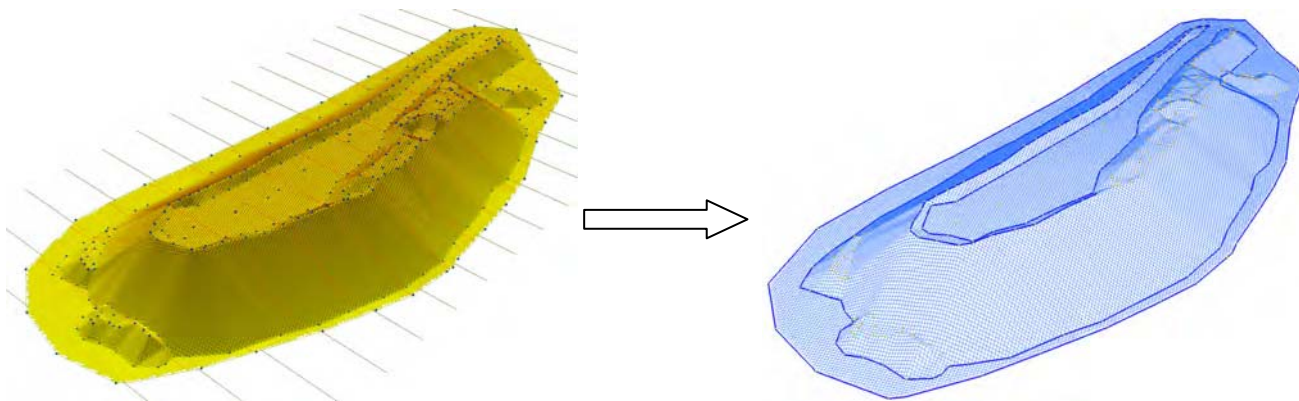
Tretí výpočet bol realizovaný v prostredí CAD systému MicroStation – nadstavba TerraModeler. V tomto CAD systéme bol opäť použitím Delaunay-ovej triangulácie vygenerovaný model povrchu skládky ako aj model zrovnávacej roviny. Na výpočet objemu telies využíva MicroStation metódu štvoruholníkov (www.5), takže vygenerované teleso sa následne rozloží na pravidelné štvorcové mikrobloky – 3D štvorcovú GRID sieť (obr. 14) a z nej je integráciou vypočítaný objem telesa. Objem telesa skládky bol takto určený na $29\,484\text{ m}^3$.

3.4 Porovnanie výsledkov

Z porovnania výsledkov výskumu vyplýva, že rozdiel medzi objemami vypočítanými použitím troch vybraných metód je len minimálny (obr. 15). Rozdiel medzi najväčšou ($29\,488\text{ m}^3$) a najmenšou ($29\,355\text{ m}^3$) získanou hodnotou je iba 0,45 %, čo pri objeme skládky predstavuje cca 130 m^3 . V geodetickej praxi sa pri výpočte objemu takýchto telies (pre potreby banskej prevádzky pri registrácii stavu a úbytku zásob) počíta s chybou $\pm 5\%$. Chyba výpočtu spôsobená použitím zvolených modelovacích a výpočtových metód je teda hlboko pod povolenou odchýlkou.

Z analýzy výsledkov ďalej vyplýva, že rozdiel medzi objemami získanými výpočtom klasickou metódou a počítačovou metódou blokov na podklade TIN siete je iba 40 m³ a rozdiel medzi oboma počítačovými metódami je 89 m³. Pri počítačovom modelovaní môže presnosť výpočtu ovplyvniť tvar siete a veľkosť plochy (plocha mikrobloku) trojuholníkov (TIN), resp. štvorcov (GRID) použitých na výpočet. Teoreticky by sme znížením veľkosti plochy mikroblokov mali dosiahnuť zvýšenie presnosti výpočtu. Je to z toho dôvodu, že menšie mikrobloky by mali lepšie charakterizovať (aproximovať) teleso a vystihnúť tak viac jeho morfológických charakteristík.

Pri výpočte objemu metódou rezov závisí presnosť od dvoch zásadných faktorov, od presnosti určenia plochy telesa v jednotlivých rezoch a od počtu rezov použitých na výpočet objemu. Predpokladajme, že obsahy plôch v rezoch sú určované počítačom v CAD systéme a tým by sa mala zaručiť relatívne vysoká presnosť a minimum chýb spôsobených napr. pri použití planimetrického určovania alebo inej menej presnej metódy (napr. rozdelenie na elementárne obrazce a pod.). Takže presnosť výpočtu potom zásadne ovplyvní už iba počet rezov použitých na výpočet. Z empirických skúseností je známe, že zmenšovaním počtu rezov sa znižuje presnosť výpočtu a naopak, teda čím viac rezov použijeme pre výpočet objemu, tým by sme mali získať presnejší údaj. V súčasnosti však neexistuje záväzný predpis, ktorý by určoval aký je predpísaný minimálny počet rezov pre výpočet telesa metódou rezov. Takže určenie počtu rezov potrebných na výpočet objemu telesa je v praxi vykonávané skôr empiricky na základe skúseností geodeta, resp. geológa.



Obr. 14 Výpočet objemu telesa skládky použitím metódy blokov a GRID siete

4 Chyby metód výpočtu objemov nepravidelných telies

Pri určovaní objemového elementu (časti) nepravidelného telesa pomocou uvedených metód počítame objem príslušného aproximujúceho telesa (mikrobloku – segmentu), ktorým nahradíme skutočný tvar a rozmer objemového elementu. Ako už bolo povedané, toto aproximujúce geometrické teleso, pokiaľ ide o objem, nie je totožné so všeobecným telesom (obr. 16), ich rozdiel predstavuje tzv. chybu z aproximácie objemu všeobecného telesa. Ďalšími zdrojmi chýb pri určení objemu telesa sú chyby v určovaní plôch a vzdialenosti medzi týmito plochami. Celkovú presnosť určenia objemu všeobecného telesa potom môžeme charakterizovať strednou chybou (Bitterer, 2003)

$$m_v = \sqrt{m_{Va}^2 + m_{Vm}^2} \quad (8)$$

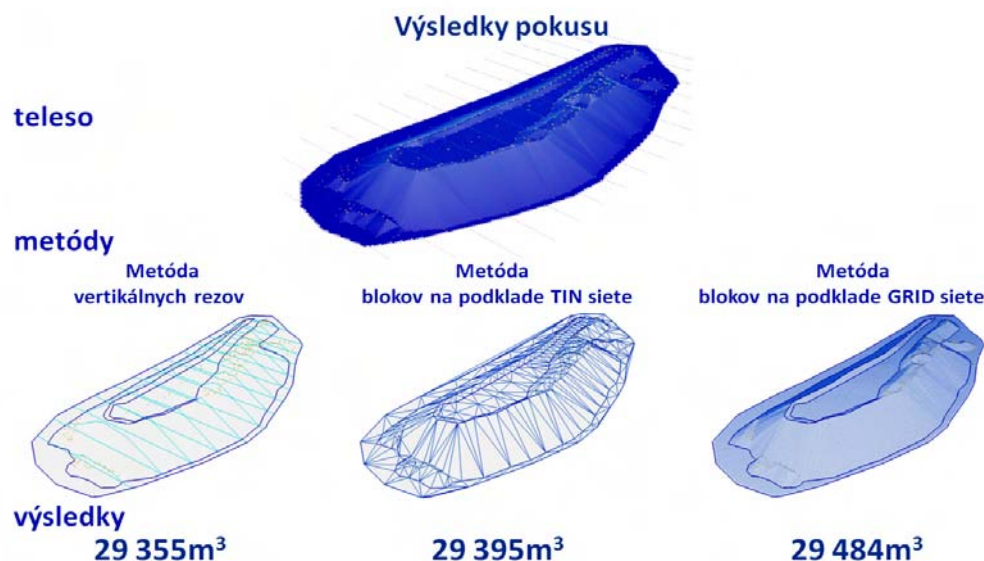
kde zložka: m_{Va} charakterizuje presnosť objemu z aproximácie a m_{Vm} presnosť objemu z určenia plôch a vzdialenosti medzi nimi.

Zložka m_{Va} závisí od použitého vzťahu na výpočet, od veľkosti vzdialenosti medzi plochami, od morfológického tvaru obalových plôch (sypaný materiál, lúka a pod.). Zložka m_{Va} bude tým menšia, čím menšia bude vzdialenosť medzi určujúcimi plochami a čím pravidelnejšie a hladšie budú obaľujúce plochy objektu.

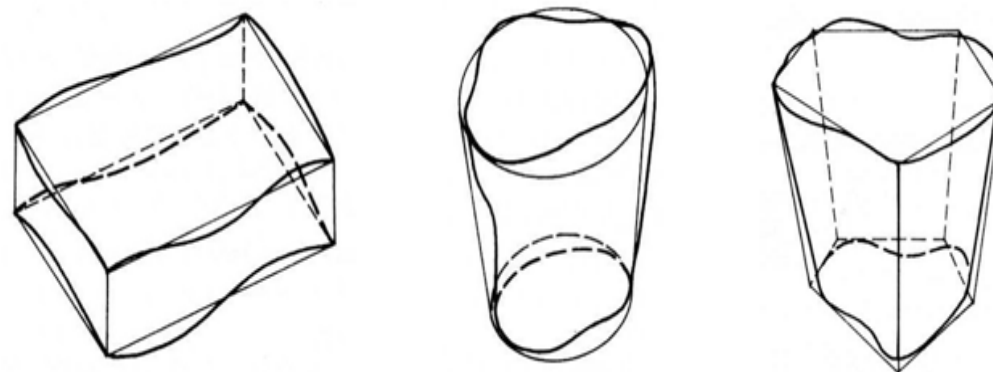
5 Záver

Verím, že tento príspevok pomohol k uvedomovaniu si dôležitosti správneho výberu a používania modelovacích metód na modelovanie nepravidelných 3D objektov, ako aj k uvedomovaniu si dôležitosti poznať samotné princípy jednotlivých metód a tým aj ich silné a slabé stránky. Aby sme pri realizácii vedeckých experimentov dosiahli stanovený cieľ a získali správne výsledky, je nutné analyzovať a plánovať spôsob využitia modelovacích metód. Kroky vedúce k úspešnému ukončeniu každého vedeckého experimentu musia zahŕňať predovšetkým:

- voľbu modelovacej metódy
- výber softvéru
- výber a použitie matematických metód.



Obr. 15 Porovnanie výsledkov modelovania a výpočtu objemov



Obr. 16 Chyby modelovania a výpočtu objemu telies spôsobené aproximáciou nepravidelných telies pravidelnými (Pluskal a Vaněček, 1982)

Záver z hodnotenia výsledkov výpočtu potvrdzuje fakt, že presnosť výpočtu je v konečnom dôsledku ovplyvnená tým, ako je tá, či oná modelovacia a výpočtová metóda schopná aproximovať nepravidelné teleso a priblížiť sa tak čo najbližšie k jeho reálnemu tvaru, samozrejme za predpokladu optimálneho vynaloženia síl a prostriedkov (aj finančných) na dosiahnutie výsledku s požadovanou presnosťou. Práve s ohľadom na finančnú stránku, ktorá je v dnešnej dobe často rozhodujúcou, je dôležité dobre poznať charakteristiky a použiteľnosť jednotlivých modelovacích metód, ako aj ich požiadavky na kvalitu vstupných dát. Optimalizovaním týchto krokov (adekvátne hustota prieskumných bodov, vhodne zvolená modelovacia metóda a dodržanie jej okrajových podmienok) by sme mali zaistiť, že získané výsledky budú mať požadovanú váhu a zároveň cena za ich získanie bude ekonomicky výhodná.

PodĎakovanie

Tento príspevok vznikol za finančnej podpory grantovej agentúry VEGA v rámci riešenia grantovej úlohy č. 1/0887/11.

Literatúra

- BITTERER, L. *Geodézia*. Žilinská univerzita, Žilina, 2003.
- BLIŠŤAN, P., KONDELA, J. *Základy banskej geológie a výpočtu zásob*. Košice: ELFA, s.r.o., 2001.
- BÖHMER, M., KUŽVART, M. *Vyhľadávanie a prieskum ložísk nerastných surovín*. SPN, Bratislava, 1993, 495s.
- KOGAN, I. D. *Podčet zapasov i geologo-promyšlennaja ocenka rudnych mestorozdenij*. Moskva, Nedra, 1971, 205s.
- PLUSKAL, O., VANĚČEK, M. *Výpočet zásob nerostných surovín*. Univerzita Karlova v Prahe, Praha, 1982, 202s.
- PEELE, R. *Mining Engineers' Handbook*. J. Wiley and Sons, Inc., New York, 1945,
- SCHEJBAL, C. *Aplikovaná geostatistika*. Příbram, GŘ ČSUP, 1983, 153 s.
- SINCLAIR, A., J., GARSTON, B., H. *Applied Mineral Inventory Estimation*. Cambridge University Press. New York, 2006, 381p.
- www.1: *Simpsons Rule*. [cit. 14.05.2012]. [online] <<http://mathworld.wolfram.com/SimpsonsRule.html>>
- www.2: *Creating 3D computer models of femurs*. [cit. 14.05.2012]. [online] <http://mi.eng.cam.ac.uk/~gmt11/teaching/proj3_10.htm>
- www.3: *Mathematica Images*. [cit. 14.05.2012]. [online] <<http://media.wolfram.com/products/mathematica/m6screenshots/av2.tif>>
- www.4: *QuickSurf 5.2 for AutoCAD 2007*. [cit. 08.04.2012]. [online] <<http://www.petrobyte.com/quicksurf/manual/470.htm>>
- www.5: *TerraModeler User's Guide*. [cit. 14.05.2012]. [online] <<http://www.terrasolid.fi/system/files/tmodel.pdf>>

Autor

- ¹ doc. Ing. Peter Blišťan, PhD., Ústav geodézie, kartografie a geografických informačných systémov, Technická univerzita v Košiciach, Fakulta BERG, Park Komenského 19, 043 84 Košice, Slovensko, tel.: (+421)55/6022786, e-mail: Peter.Blistan@tuke.sk